

Festverzinsliche Wertpapiere *

Burkhard Erke

Donnerstag, März 27, 2008

*Die Folien orientieren sich an (a) John Heatons Unterrichtsmaterialien (GSB Chicago), (b) "Schätzung von Zinsstrukturkurven", Deutsche Bundesbank Monatsbericht Oktober 1997, (c) "Bestimmungsgründe der Zinsstruktur – Ansätze zur Kombination arbitragefreier Modelle und monetärer Makroökonomik", Monatsbericht Bundesbank April 2006

Überblick/Lernziele

- Grundlegende Definitionen
 - Renditen, Kurse, Kupons
 - Kurs einer Anleihe
 - Ex-post realisierte Rendite
- Anleihen ohne Bonitätsrisiko (Bundesanleihen)
- Anleihen mit Bonitätsrisiko, Nebenbestimmungen und Optionsrechten (Unternehmensanleihen)
- Zinsstruktur
 - Zinsstruktur (Kassazinsen) und Terminzinsstruktur

- Interpretation Zinsstrukturkurve (Zinsstrukturtheorien)
- Erwartung zukünftiger (Kassa-)Zinssätze
- Risiko- und Liquiditätsprämie

Zinszahlungsmuster von Anleihen

- **”Straight coupon bond”** (bullet bond): auch Festzinsanleihen, haben eine feste Verzinsung (Kupon) über die gesamte Laufzeit (z. B. 5 % des Nominalwerts p. a.). Sie sind eine der häufigsten Anleiheformen
- **Nullkuponanleihe** (auch Zerobond genannt) haben keine Zinskupons. Der Ertrag des Gläubigers besteht hier ausschließlich in der Differenz zwischen Rückzahlungskurs

und Emissionkurs. Deshalb werden Nullkuponanleihen meist mit einem hohen Abschlag (also unter pari / Disagio) emittiert und bei Fälligkeit zu 100 % (pari) zurückgezahlt.

- **” Consolbonds”** sind Anleihen, die vom Emittenten nie getilgt werden müssen. Der Anleger profitiert ausschließlich durch die Verzinsung bzw. den Kupon, sofern der Emittent die Anleihe gemäß den jeweiligen Anleihebedingungen nicht vorzeitig kündigt und tilgt
- **Annuitätenanleihen** sind Anleihen, bei der die Rückzahlung in gleichen Beträgen bis zum Laufzeitende erfolgt. Diese Beträge beinhalten sowohl den Kupon als auch jeweils einen Teil der Tilgung

Überblick Märkte

1. Geldmarktinstrumente – kurzfristige Geldanlage und -aufnahme (≤ 1 Jahr), geringes Risiko.
 - Unverzinsliche Schatzanweisungen des Bundes (ca. 6 Monate) (USA: treasury bills)
 - Finanzierungsschätze des Bundes (ca. 1 Jahr) (USA: notes)
 - Commercial Paper
2. Anleihemarkt (festverzinsliche Wertpapiere):
 - Bundesanleihen (10 Jahre oder 30 Jahre)
 - Bundesobligationen (5 Jahre)
 - Unternehmensanleihen

Für jedes Wertpapier:

- Wer ist der Emittent?
- Welche Ausstattung?
- Wie gehandelt?
- Investor?

Bundesanleihen, Unverzinsliche Schatzanweisungen und Finanzierungsschätze

Emittent: Bund, zur Deckung einer Haushaltslücke

Struktur:

- Unverzinsliche Schatzanweisungen
 - sehr kurzfristig (6 Monate)
 - * monatliche Emission.
 - Schatzanweisungen haben eine Stückelung von 0,01 Euro.
 - Die Verzinsung erfolgt durch Abschlag vom Nennwert. Der Unterschied zwischen abgezinstem Ausgabebetrag und zurückgezahltem Nennwert stellt den Zinsertrag dar

- Bundesanleihen, Bundesobligationen, Bundesschatzanweisungen :
 - langfristig(von 2 - 30 Jahre)
 - Bei Fälligkeit Rückzahlung des Nennbetrags. Stückelung von 0,01 Euro und können in beliebigen Nennbeträgen gehandelt und übertragen werden
 - Die Zinsen werden bei Bundesanleihen, Bundesobligationen und Bundesschatzanweisungen jährlich nachträglich gezahlt;

- Finanzierungsschätze:
 - kurzfristig (1 Jahr)
 - Finanzierungsschätze haben eine Stückelung von 0,01 Euro. Der erworbene Nennwert muss mindestens 500 Euro betragen; pro Person und Geschäftstag

darf höchstens ein Betrag von 250 000 Euro (beide Laufzeittypen zusammengerechnet) erworben werden.

- Finanzierungsschätze werden in der Weise verzinst, dass der Erwerber beim Kauf einen geringeren Betrag einzahlt als er später bei der Einlösung am festliegenden Fälligkeitstag zurückerhält. Die Zinsen für die Zeit vom Tag der Zahlung des Kaufpreises bis zum Fälligkeitstag (ausschließlich) werden im Voraus vom Nennwert abgezogen.

Risiko:

- grundsätzlich zu vernachlässigen (Zahlungen gedeckt durch die Steuereinnahmen des Bundes) ausser . . . Zinsänderungsrisiko

Unternehmensanleihen

- Unternehmen können direkt Kredit aufnehmen.
- Risiko:
 - Bonitätsrisiko!
 - Junk bonds: Anleihen im spekulativen Bereich = Hochzinsanleihen. Hohes Bonitätsrisiko! Deshalb besonders riskant!

Ausstattungsmerkmale von Unternehmensanleihen

- Wichtige Ausstattungsmerkmale sind: Covenants (Nebenbestimmungen), Optionrechte, Zinszahlungsmuster (Standardanleihen, Nullkuponanleihen), Laufzeit, Kurs, Rating.

- Covenants: Vertragliche Zusicherungen des Kreditnehmers während der Laufzeit des Kreditvertrages. Nebenbestimmungen, die bestimmte spezifische Verhaltenspflichten betreffen und diese vorgeben. Beispielsweise die Bilanzrelationsklauseln. Abweichungen kann zu einem außerordentlichen Kündigungsrecht für den vereinbarten Kredit durch den Kreditgeber führen.
- Ratingagenturen wie Standard & Poor's (S & P) oder Moody's unterscheiden bei ihrer Bonitätseinschätzung zwischen Anleihen, die dem Investmentbereich und solchen, die dem spekulativen Bereich zugeordnet werden. Rating: Standard & Poor's (S & P) oder Moody's bieten für Investoren Informationen bezüglich der zu erwarteten Ausfallrisiken bei Unternehmensanleihen.
 1. Moody's: Aaa, Aa, A, Baa, Ba, B, Caa, Ca, C, D[1,2,3].

2. S&P: AAA, AA, A, BBB, BB, B, CCC, CC, C, D[+,-].

3. Investment grade ($>$ BBB or Baa) und "Junk Bonds" ($<$ BBB or Baa).

- Optionsrechte

1. "**Callability**": Anleihen mit einem Kündigungsrecht des Emittenten ("callable")

- Schützt Unternehmen vor Anlegern, die sich weigern, Covenants neu auszuhandeln.
- Erlaubt Unternehmen die frühzeitige Rückzahlung, wenn die Zinsen gefallen sind oder die Bonität gestiegen ist.
- Fast alle langfristigen Unternehmensanleihen in den USA waren einmal "callable".
- Werden mit einem Abschlag gehandelt

2. "**Convertibility**" Bei einer Wandelschuldverschreibung (Wandelanleihe) hat der Gläubiger das Recht, die Anleihe in Aktien des Emittenten zu tauschen. Zeitpunkt und Anzahl der Aktien sind bei der Emission festgelegt: technisch handelt es sich um eine fest oder variabel verzinsten Anleihe, die mit einer Call-Option verknüpft ist

3. "**Putability**": Anleihen mit einem Kündigungsrecht des Gläubigers ("puttable"). Werden mit einem Aufschlag gehandelt.

Kurzinformation zur 5,0%-Euro-Anleihe 2007/2014

| | |
|---------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Emittentin: | BASF Finance Europe N.V., NL (garantiert durch BASF SE) |
| Rating: | Aa3 outlook negative (Moody's) und AA- (Standard Poor's) |
| Börsenzulassung/ -notierung: | Börse Luxembourg, Frankfurter Wertpapierbörse (vorgesehen) |
| Wertpapierkennnummer: | A0TKBMISIN |
| Code: | DE000A0TKBM |
| Nominalvolumen: | 1,25 Milliarden EUR |
| EURStückelung: | 1.000 EUR |
| Ausgabekurs: | nur institutionelle Anleger: 99,631% (Tranche 1) nur institutionelle Anleger: 101,09% (Tranche 2) |
| Kupon: | 5% |
| Laufzeit: | 7 Jahre |
| Zinszahlung: | jeweils am 26. September; erstmalig am 26.9. 2008. |
| Endfälligkeit: | 26. September 2014 |

Quelle: <http://corporate.basf.com/de/investor/anleihen/>

"Yield to Maturity"

Nullkuponanleihe

Beispiel: Nullkuponanleihe mit Nennwert 10.000 in 5 Jahren. Angenommen, die Rendite eines gleichwertigen Wertpapiers läge bei 6%. Zu welchem Kurs würde die Anleihe heute gehandelt?

$$\frac{10000}{1.06^5} = 7472.58 < 10000$$

Yield to Maturity einer Nullkuponanleihe

Kurs eine Anleihe mit Zahlung in j Jahren =

$$\frac{\text{Nennwert}}{(1 + YTM_j)^j}$$

wobei YTM_j die yield to maturity der Nullkuponanleihe ist. Hier handelt es sich um nichts anderes als den internen Zinsfuß.

Beispiel: Yield to maturity einer Nullkuponanleihe

Angenommen, der Kurs einer Nullkuponanleihe mit 5jähriger Laufzeit und einem Nennwert von 100 hat den Kurs 95. Was ist die yield to maturity der Anleihe?

$$\frac{100}{(1 + YTM_5)^5} = 95$$

or

$$YTM_5 = \frac{100}{95} - 1 = 1.031\%$$

YTM einer Bundesanleihe

Sie kennen

- die Zinszahlungen und den Nennwert
- den Kurs

Beispiel: 4jährige Anleihe mit 4,563% Kupon, kostet 105,16 (Prozent des Nennwertes in Höhe von 1000)

- Nennwert von 1.000 wird bei Fälligkeit gezahlt.
- jährliche Zinszahlung in Höhe von $(0,04563)(1000)=45,63$
- Zahle $(1,0516)(1000) = 1.051,60$ heute

- Maß für die durchschnittliche Rendite:

- Was ist mit y ?

$$\frac{45,63}{1+y} + \frac{45,63}{(1+y)^2} + \frac{45,63}{(1+y)^3} + \frac{1.045,63}{(1+y)^4} \\ = 1.051,60$$

- y ist die yield to maturity (YTM) der Kuponanleihe
 - Wichtig: Inverse Beziehung zwischen Zinsen und Anleihekursen.
 - Wenn $YTM = \text{Kuponrate}$, dann ist der Kurs der Anleihe 1.000: Wird zu par gehandelt!
 - * $\text{Kuponrate} > YTM$, Anleihe mit Prämie
 - * $\text{Kuponrate} < YTM$, Anleihe mit Abschlag

Interpretation von YTM

YTM ist eine durchschnittliche Rendite pro Periode, wenn

1. die Anleihe bis zur Fälligkeit gehalten wird.
 - (wenn Sie die Anleihe nicht bis zur Fälligkeit halten, dann erzielen Sie eine Rendite, die holding period return genannt wird und nichts mit YTM zu tun hat)

2. sie alle Kuponzahlungen wieder zu YTM reinvestieren.
 - (wenn die Zinsen steigen, dann können Sie die Kupons zu einem höheren Zins anlegen und Sie erzielen eine höhere Durchschnittsrendite als YTM)

YTM ist der interne Zinssatz (IRR) der Anleihe

Kritik an YTM

- Yield to maturity ist kein Mass für die erwartete Rendite, die Attraktivität, der Anlageform Kuponanleihe. Zukünftig sich ändernde Wiederanlagemöglichkeiten bleiben außer Acht.
- Berechnung der yield to maturity für Kuponanleihe unterstellt, dass alle Kuponzahlungen wieder zu YTM reinvestiert werden können
- Da Nullkuponanleihen keine reinvestierbaren Kuponzahlungen haben, ist die YTM hier ein Mass für die Attraktivität des investments.
- Denken Sie an I&F: IRR-Regel in der Investitionsrechnung.

Zinsstrukturkurven

- Berechnung der YTM für Anleihen mit identischer Laufzeit aber unterschiedlichem Kreditausfallrisiko:
 - Kreditausfallrisiko und Zinsen sind korreliert ("credit spread")
 - "Credit spread" = YTM "junk bonds" (USA) minus YTM "treasury bonds" (USA) ist in der Rezession besonders hoch
- Gewöhnlich wird das Risiko der Anleihen fixiert und die YTM (bei gegebenem Kreditausfallrisiko) für unterschiedliche Laufzeiten berechnet \Rightarrow Renditestrukturkurve oder Zinsstrukturkurve ("yield curve")
 - Präziser: Die Zinsstruktur zeigt den Zusammenhang zwischen den Zinssätzen

und Laufzeiten von **Nullkuponanleihen** ohne Kreditausfallrisiko

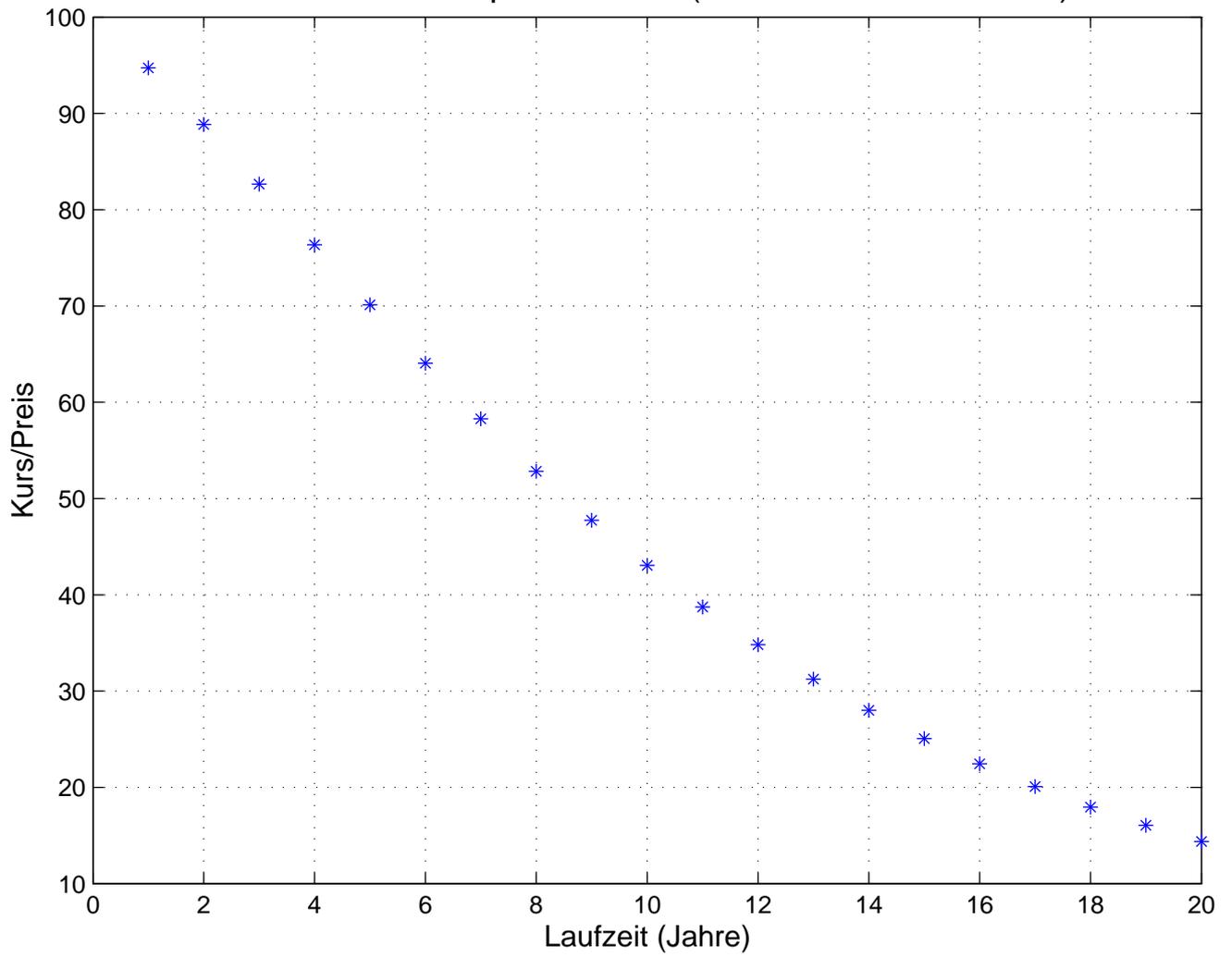
- Zinsstrukturkurve kann
 - eine positive Steigung haben (typischerweise)
 - einen " Buckel" haben
 - flach sei
- Im weiteren versuchen wir die Gestalt der Zinsstrukturkurve zu verstehen.

Woher kommen Daten für die Schätzung der Zinsstrukturkurve?

- Wir benötigen:
 - liquiden Markt

- Ganze Spannbreite von Laufzeiten.
- Praxis: Kurse von Bundesanleihen, Bundesobligationen und Bundesschatzanweisungen mit (Rest-) Laufzeiten von mindestens drei Monaten.
- Hier Annahme: Trennung und separater Handel von Kapital- und Zinsansprüchen bei ausgewählten Bundesanleihen möglich (sogenanntes Stripping). Durch das Stripping entsteht prinzipiell eine Vielzahl von zusätzlichen Papieren, die den Charakter von Nullkuponanleihen haben.
- Konvention: Kurse in Prozent des Nennwertes.
- Kurs für einen Strip mit Laufzeit 4 Jahre $76,3523 \equiv P(4)$.

Kurse von Nullkuponanleihen (ohne Kreditausfallrisiko)



Zinsstrukturkurven

- YTM für einen Strip mit Laufzeit 4 Jahre erfüllt:

$$P^{(4)} = 76,3523 = \frac{100}{(1 + YTM_4)^4}$$

oder

$$YTM_4 = \left(\frac{100}{76,3523} \right)^{\frac{1}{4}} - 1 = 6.98\%$$

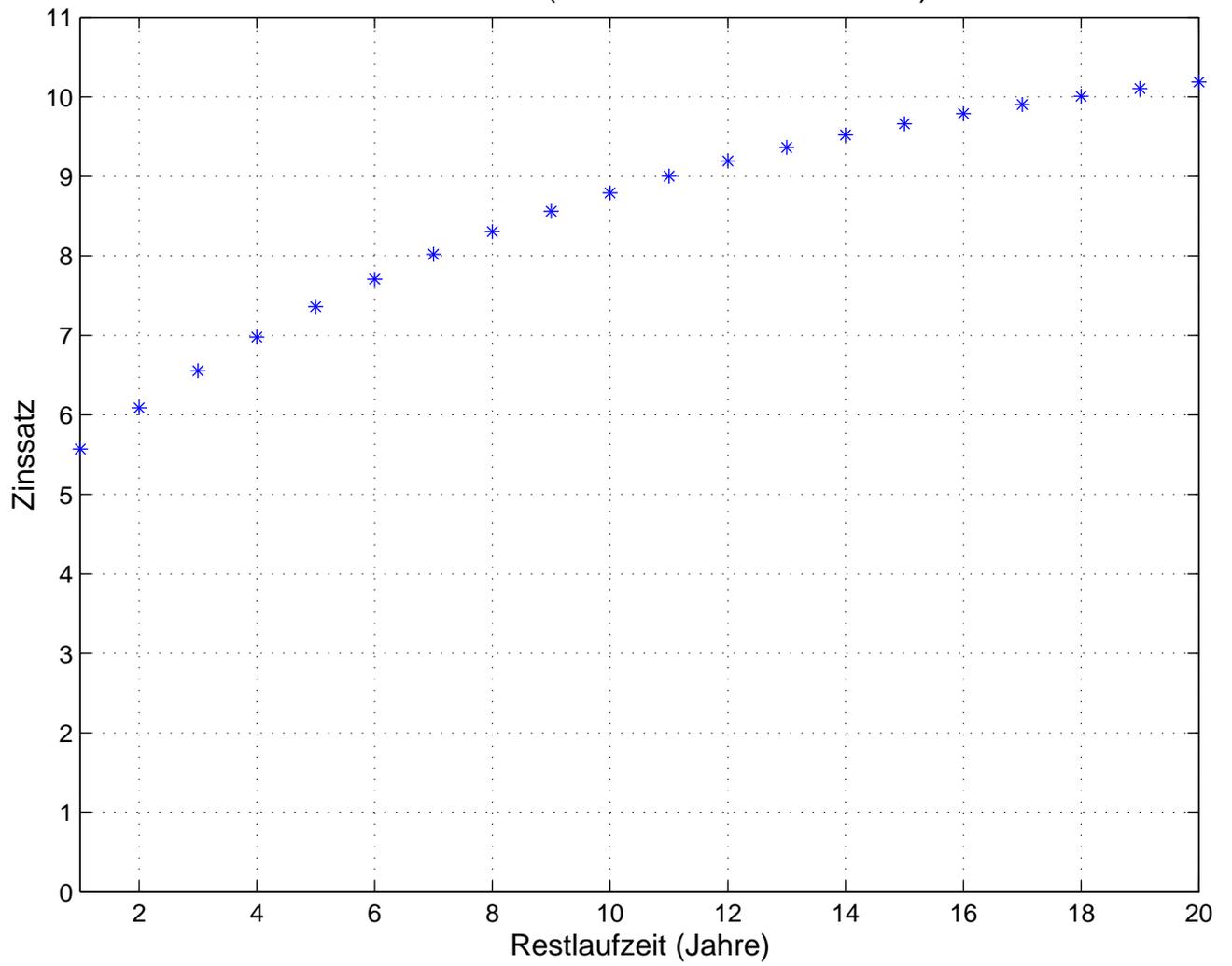
- Im allgemeinen

$$P^{(j)} = \frac{100}{(1 + YTM_j)^j}$$

$$YTM_j = \left(\frac{100}{P^{(j)}} \right)^{\frac{1}{j}} - 1\%$$

- Damit haben wir eine Zinsstrukturkurve.

Zinsstruktur (ohne Kreditausfallrisiko)



Nullkuponanleihen und Struktur der Kassazinssätze

- Kassazinssatz (= "spot rate") r_n ist die YTM einer Nullkuponanleihe

$$P_t^{(n)} = \frac{F_{t+n}}{(1 + r_n)^n}$$

- F ist der Nennwert
- Wir verwenden die Kassazinssätze (r_1, r_2, \dots, r_N) als Zinsstrukturkurve
- Zinsstrukturkurve ist sehr nützlich in der Praxis.
- Warum?
 - Mit Hilfe der Zinsstrukturkurve können alle risikolosen Zahlungsströme bewertet werden.

$$P_t = \frac{C_{t+1}}{1 + r_{t+1}} + \frac{C_{t+2}}{(1 + r_{t+2})^2} + \dots + \frac{C_{t+N}}{(1 + r_{t+N})^N}$$

Zinstrukturkurve aus Anleihen abgeleitet

- Angenommen, Zahlungsstruktur und Kurs diverser Kuponanleihen sind bekannt.
 - Kann hieraus auf die Zinstrukturkurve geschlossen werden?
- Bundesanleihe mit 4 Jahren Restlaufzeit:
- Es muss gelten (wegen Arbitrage):

$$\begin{aligned} & \frac{C}{1 + y_4} + \frac{C}{(1 + y_4)^2} + \frac{C}{(1 + y_4)^3} + \frac{C + F}{(1 + y_4)^4} \\ & = \frac{C}{1 + r_1} + \frac{C}{(1 + r_2)^2} + \frac{C}{(1 + r_3)^3} + \frac{C + F}{(1 + r_4)^4} \end{aligned}$$

- y_4 ist die YTM der Bundesanleihe mit 4 Jahren Restlaufzeit
- r_1 ist der Kassazins (spot rate) für die Laufzeit 1 Jahr
- r_2 ist der Kassazins (spot rate) für die Laufzeit 2 Jahre
- r_3 ist der Kassazins (spot rate) für die Laufzeit 3 Jahre
- r_4 ist der Kassazins (spot rate) für die Laufzeit 4 Jahre

Arbitrage-Argument:

$$\begin{aligned} & \frac{C}{1+y_4} + \frac{C}{(1+y_4)^2} + \frac{C}{(1+y_4)^3} + \frac{C+F}{(1+y_4)^4} \\ = & \frac{C}{1+r_1} + \frac{C}{(1+r_2)^2} + \frac{C}{(1+r_3)^3} + \frac{C+F}{(1+r_4)^4} \end{aligned}$$

- Wenn die linke Seite kleiner als die rechte ist:
 - Kaufe die Kuponanleihe
 - Strip die Anleihe in drei Nullkuponanleihen mit Nennwert C und eine mit Nennwert $C + F$
 - Verkaufe die Nullkuponanleihen
- y_4 muss in etwa der Durchschnitt von r_1 , r_2 , r_3 , and r_4 sein.

Beispiel 1:

- 4 Jahre Laufzeit, 9% Kupon, YTM=4.2%, Nennwert=1000
- Nullkuponanleihe mit 1 Jahr Laufzeit hat Kurs \$965,24
- Nullkuponanleihe mit 2 Jahre Laufzeit hat Kurs \$921,54
- Nullkuponanleihe mit 3 Jahre Laufzeit hat Kurs \$876,47
- Nullkuponanleihe mit 4 Jahre Laufzeit hat Kurs \$833,49

Gibt es Arbitragemöglichkeiten? Wenn ja, wie können Sie "Geld verdienen"?

Beispiel 2, Keine Arbitragemöglichkeiten

- 3 Jahre Laufzeit Kupon = 8,5%, Nennwert=\$100, Kurs= \$99,45
- Nullkuponanleihe mit 1 Jahr Laufzeit: YTM = 4%
- Nullkuponanleihe mit 2 Jahre Laufzeit YTM = 4.15%

Woher kommt der Kassazinssatz für 3 Jahre?

$$99,45 = \frac{4,25}{1 + y_3} + \frac{4,25}{(1 + y_3)^2} + \frac{104,25}{(1 + y_3)^3}$$

$$99,45 = \frac{4,25}{1 + r_1} + \frac{4,25}{(1 + r_2)^2} + \frac{104,25}{(1 + r_3)^3}$$

$$99,45 = \frac{4,25}{1,04} + \frac{4,25}{(1,0415)^2} + \frac{104,25}{(1 + r_3)^3}$$

$$\Rightarrow r_3 = 0,04465$$

- Angenommen, wir haben eine Anleihe mit 4 Jahren Laufzeit. Kupon = 9%, Kurs = \$99.64
- Was ist der Kassazinssatz für 4 Jahre?

$$99.45 =$$

$$\frac{4,25}{1 + y_4} + \frac{4,25}{(1 + y_4)^2} + \frac{4,25}{(1 + y_4)^3} + \frac{104,25}{(1 + y_4)^4}$$

$$\frac{4,25}{1,04} + \frac{4,25}{(1,0415)^2} + \frac{4,25}{(1,04465)^3} + \frac{104,25}{(1 + r_4)^4}$$

$$\Rightarrow r_4 = 0,046235$$

Schliesslich kann man so eine vollständige Zinsstrukturkurve erhalten. Die Bundesbank macht das so!!!

Praktische Probleme:

- Vor- und Nachteile der Verwendung "gestrippter" Anleihen (Strips statt Kuponanleihen zur Berechnung der Zinsstrukturkurve):
 1. Durch das Stripping entsteht prinzipiell eine Vielzahl von zusätzlichen Papieren, die den Charakter von Nullkuponanleihen haben. Verwendung wäre einfach und theoretisch überzeugend. Aber...,
 2. ...Liquidität der Titel und die Aussagekraft ihrer Kurse im Vergleich zu den traditionellen Kuponanleihen eher gering.
 - Beobachtete Renditen von Strips mit Liquiditätsprämie.

Bundesbank ermittelt Kassazinsen (spotrates) iterativ aus liquiden Bundesanleihen (Kuponanleihen).

Terminzinsstrukturkurve

- Terminzinsen sind sehr wichtig:
 - Hedging von Zinsänderungsrisiken (swap market)
 - Interpretation der Zinsstrukturkurve
 - Beispiel zum Verständnis der Zusammenhänge:

- * Kurse von Nullkuponanleihen mit folgendem Muster:

| j | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---------------|-------|-------|-------|-------|
| $P^{(j)}$ | 95,24 | 89,00 | 82,78 | 76,29 |
| $YTM_j = r_j$ | 0,05 | 0,06 | 0,065 | 0,07 |

- * Kundin weiß bereits heute, dass sie im Jahr 3 \$20 million für 1 Jahr ausleihen will.
- * Sie möchte einen Terminkontrakt, in dem heute festgeschrieben wird, dass

sie in drei Jahren 20 million in Form eines "discount loan" für 1 Jahr erhält.

- * Können Sie der Kundin den Terminzinssatz für den Kredit in drei Jahren nennen?

Ihre Strategie

1. Kaufe $20,000,000/100 = 200,000$ Nullkuponanleihen mit 3 Jahren Laufzeit. Kostet $200.000 \times \$82,78 = \$16.556.000$.
2. Finanzierung durch Verkauf von Nullkuponanleihen mit Laufzeit 4 Jahren. Um $\$16.556.000$ zu erhalten, müssen Sie $16.556.000/76,29 = 217.014.03$ Nullkuponanleihen mit Laufzeit 4 Jahre emittieren.
3. Verbindlichkeit in 4 Jahren: $217.014,03 \times \$100 = \$21.701.403$.

- Cash Flows der Strategie

| Jahr | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|--------------------------|-------|---|---|----|-------|
| Kauf Zeros 3 Jahre | -16.6 | 0 | 0 | 20 | 0 |
| Verkauf Zeros 4 Jahre | 16.6 | 0 | 0 | 0 | -21.7 |
| Insgesamt | 0 | 0 | 0 | 20 | -21.7 |

- YTM der "Nullkuponanleihe" ist: $\frac{21701403}{20000000} - 1 = 8.5\%$

Allgemeine Formel für den Terminzinssatz

- Terminzinssatz für die Zeitspanne zwischen $j - 1$ und j ist gegeben durch: $f_j = \frac{P^j}{P^{j-1}} - 1$
- Allgemein: $P^j = \frac{\text{Nennwert}}{(1+f_1)(1+f_2)\dots(1+f_j)}$
- Terminzinssatz gibt Verzinsung "per Termin" an.
- Die Terminzinsstrukturkurve kann aus der (Kassa-) Zinsstrukturkurve abgeleitet werden.
- Angenommen, Sie wollen die Verzinsung einer einjährigen Anlage im zweiten Jahr haben, haben aber nur eine Kuponleihe

mit Laufzeit 1 Jahr und eine Kuponanleihe mit Laufzeit 2 Jahre.

- Der Terminzinssatz:

$$(1 + r_2)^2 = (1 + r_1)(1 + f_2)$$

Allgemeine Formel für den Terminzinssatz

- Terminzinssätze können folgendermaßen berechnet werden:

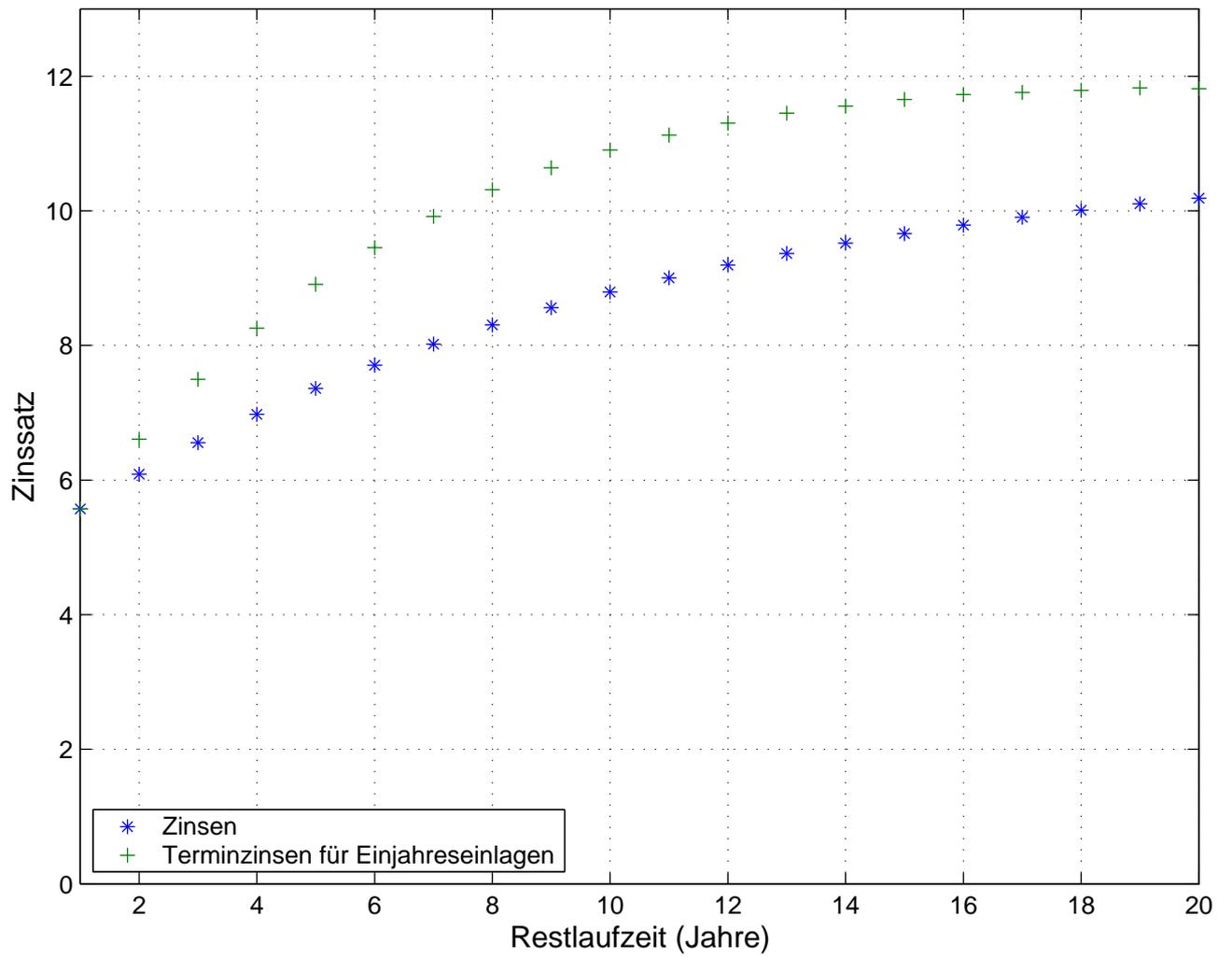
$$(1 + r_N)^N = (1 + r_{N-1})^{N-1} \times (1 + f_N)$$

- Graphische Darstellung der Terminzinsen (für Einjahresanlagen) (f_2, f_3, \dots, f_N) in Abhängigkeit vom Termin der Anlage/Kreditaufnahme gibt die Terminzinsstrukturkurve.

Sie können die Terminzinsen auch für mehrere Perioden definieren:

${}_n f_p$ = Terminzinssatz für Anlage, beginnend in Jahr n mit Laufzeit p Perioden.

Terminzinsstruktur (ohne Kreditausfallrisiko)



Interpretation der Zinsstrukturkurve

- In welcher Beziehung stehen Terminzinssätze zu zukünftig erwarteten Zinssätzen?
- Warum ist die YTM von langfristigen Anleihen üblicherweise höher als die YTM von Kurzläufnern?
- Zwei Faktorn:
 - Anleger erwarten steigende Zinsen in der Zukunft (Fall 1)
 - Langfristige Anleihen sind riskanter(Fall 2)

Anlagehorizont 2 Jahre:

1. Kaufe und halte eine Nullkuponanleihe mit Laufzeit 2 Jahre.
2. Kaufe eine Nullkuponanleihe mit Laufzeit 1 Jahr und kaufe nach ein Jahr erneut eine Nullkuponanleihe mit Laufzeit 1 Jahr (rollover).

Anlagehorizont 1 Jahr:

1. Kaufe eine Nullkuponanleihe mit Laufzeit 2 Jahre und verkaufe sie nach 1 Jahr.
2. Kaufe und halte eine Nullkuponanleihe mit Laufzeit 1 Jahr.

Fall 1: Zinssätze sind bekannt (Keine Unsicherheit)

- Kassazinssatz Laufzeit 1 Jahr = 8%.
- Kassazinssatz Laufzeit 1 Jahr in 1 Jahr = 10% (heute bekannt).
- Kassazinssatz Laufzeit 2 Jahre muss dann $\Rightarrow \sqrt{(1.08)(1.10)} - 1 = 9\%$ sein.

| | 1 Jahr | 2 Jahre |
|---------|-----------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------|
| Anleihe | $\frac{P_1}{P_0} - 1 =$ | $\frac{100}{100/1.09^2} - 1 = 9\%$ |
| 2 Jahre | $\frac{100/1.10}{100/1.09^2} - 1 = 9\%$ | |
| Anleihe | $\frac{100}{P_0} - 1 =$ | $\left(\frac{100}{100/1.08}\right) \left(\frac{100}{100/1.10}\right) - 1 = 9\%$ |
| 1 Jahr | $\frac{100}{100/1.08} - 1 = 9\%$ | |

Man sieht: Die Geldanlage für einen bestimmten Zeitraum muss den gleichen erwarteten Ertrag bringen, unabhängig

davon, ob sukzessive kurzfristige Anlagen getätigt werden oder ob einmalig eine längerfristige Anlage vorgenommen wird. Was wenn es nicht so wäre?

Ohne Unsicherheit

- Es gilt?

$$(1 + YTM_n)^n = (1 + f_1)(1 + f_2) \dots (1 + f_n)$$

- Da es keine Unsicherheit gibt, muss der Terminzinssatz dem zukünftigen Kassazinssatz entsprechen, so dass

$$f_j = r_{j-1:j}$$

Wobei $r_{j-1:j}$ der Kassazinssatz zwischen $j - 1$ und j ist.

- Folglich:

$$(1 + YTM_n)^n = (1 + r_1)(1 + r_{1:2}) \dots (1 + r_{n-1:n})$$

- Wir wenden den natürlichen Logarithmus an:

$$n \log(1 + YTM_n) = \log(1 + r_1) + \log(1 + r_{1:2}) + \dots + \log(1 + r_{n-1:n})$$

- Für kleine x $\log(1 + x) \approx x$, so dass

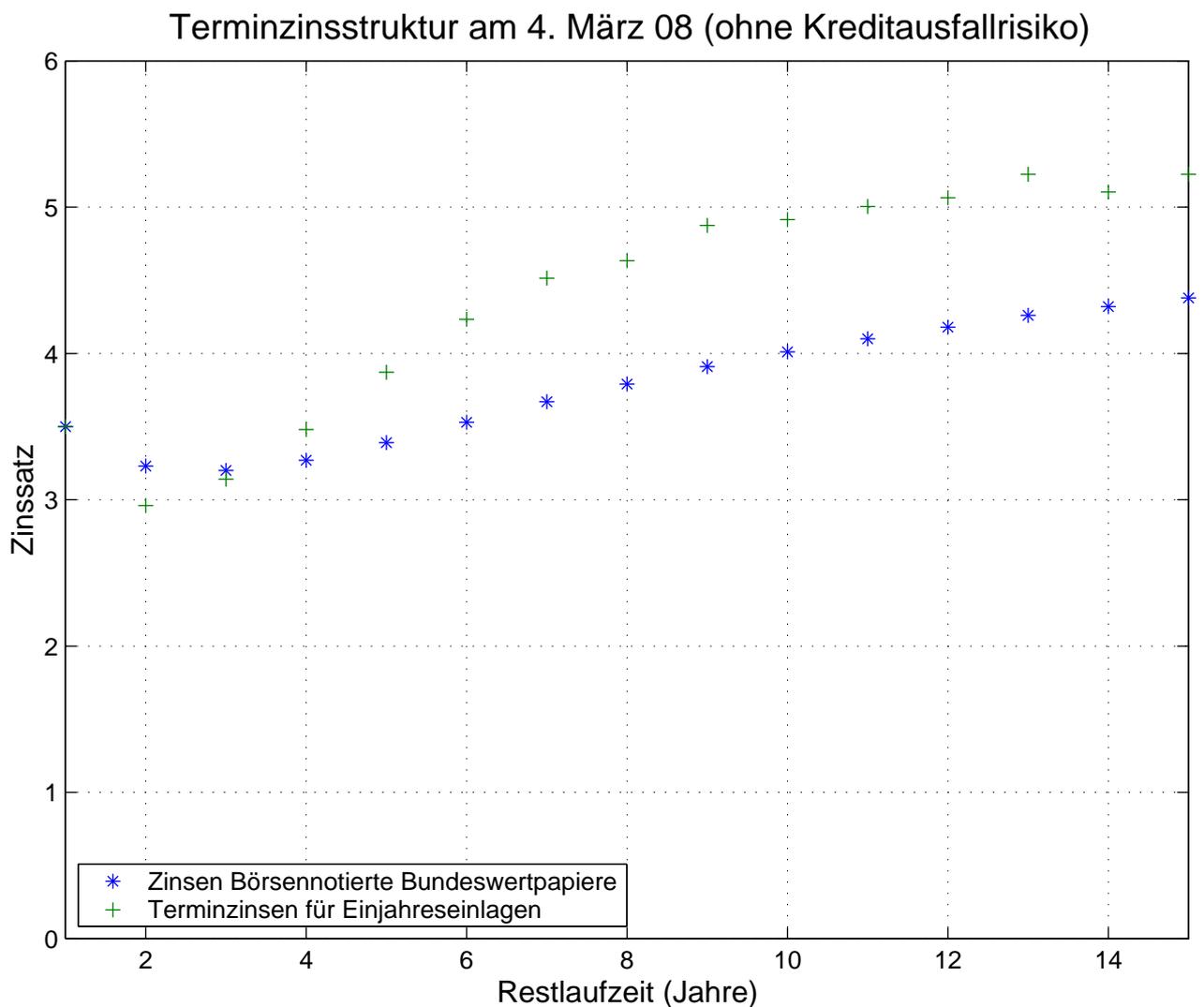
$$YTM_n \approx \frac{1}{n}(r_1 + r_{1:2} + \dots + r_{n-1:n})$$

Beachten Sie:

- Das Niveau der Zinsstrukturkurve gibt Auskunft über das Niveau der Terminzinssätze.
- Steigung der Zinsstrukturkurve, gemessen als Differenz der Zinssätze für verschiedene Laufzeiten, gibt Auskunft über die erwarteten durchschnittlichen Veränderungen der kurzfristigen

Zinssätze während des entsprechenden Zeitraumes.

- Der Verlauf der Terminzinsstrukturkurve zeigt dagegen unmittelbar die erwartete künftige Entwicklung der (Kassa-) Zinssätze.



Fall 2: Unsichere zukünftige Zinssätze

- Angenommen:
 - Kassazinssatz Laufzeit 1 Jahr $r_1 = 10\%$
 - In 1 Jahr wird der Kassazinssatz Laufzeit 1 Jahr: 8% or 12% mit gleicher Wahrscheinlichkeit sein.
- Angenommen, die Anleger haben einen Anlagehorizont von 1 Jahr. \Rightarrow Anlage in Nullkuponanleihe mit Laufzeit 2 Jahre ist riskanter. Die Anleihe mit Laufzeit 2 Jahre muss Risikoprämie bieten.

Angenommen keine Risikoprämie

$$(r_2 = 10\%)$$

Dann:

Nullkuponanleihe Laufzeit 1 Jahr

| | Kurs Heute | Kurs in 1 Jahr | Rendite |
|-----|---------------|-------------------|---------|
| 8% | 909 | 1000 | 10.0% |
| 12% | 909 | 1000 | 10.0% |

Nullkuponanleihe Laufzeit 1 Jahr

| | Kurs Heute | Kurs in 1 Jahr | Rendite |
|-----|---------------|-------------------|----------------|
| 8% | 826 | 926 | $\approx 12\%$ |
| 12% | 826 | 893 | $\approx 8\%$ |

- Anleihe Laufzeit 1 Jahr bringt 10% mit Sicherheit; Anleihe Laufzeit 2 Jahre bringt 10% erwartete Rendite. Aber Risiko!!

⇒ Niemand wird freiwillig die zweijährige Nullkuponanleihe halten.

– Es sei denn, eine Risikoprämie, genannt *term premium* wird geboten.

* Renditen langfristiger Anleihen sind höher

* Zinsstrukturkurve positiv geneigt.

- Man kann zeigen:

$$(1 + r_2)^2 > (1 + r_1)(1 + E(r_{1:2}))$$

$$(1 + r_1)(1 + f_2) > (1 + r_1)(1 + E(r_{1:2}))$$

$$f_2 > E(r_{1:2})$$

$$f_2 = E(r_{1:2}) + \text{term premium}$$

Terminzinssätze sind höher als die erwarteten Kassazinssätze!

Zusammenfassung

- Terminzinssatz = Erwarteter zukünftiger Kassazinssatz + Risikoprämie
- Holding period returns \neq Terminzinssätze wegen Risikoprämie

- Fall 1: Prognose zukünftige Zinssätze mit Sicherheit:

$$(1 + YTM_n) = [(1 + r_1)(1 + r_{1:2}) \dots (1 + r_{n-1:n})]^{\frac{1}{n}}$$

r=Kassazinssätze

- Fall 2: Prognose zukünftiger Zinssätze mit Unsicherheit

$$(1 + YTM_n) = [(1 + r_1)(1 + f_2) \dots (1 + f_n)]^{\frac{1}{n}}$$

f=Terminzinssatz (forward rate) . Forward rates \neq Erwartete zukünftige Kassazinssätze.

Zinsstrukturtheorien

Liquiditätsprämientheorie:

- Anleger präferieren kurzfristige Anlagen. Deshalb verlangen sie für eine längerfristige Anlage zu einem festen Zinssatz eine so genannte Laufzeitprämie, die der entsprechende Anleiheschuldner zur längerfristigen Absicherung seiner Finanzierungsbedingungen auch zu entrichten bereit ist.

$$f_2 = E(r_{1:2}) + \text{term premium}$$

Marktsegmentationstheorie

- Liquiditätsprämientheorie unterstellt, dass Anleger Instrumente verschiedener Laufzeiten miteinander vergleichen und dann anlegen.

- Aber vielleicht werden unterschiedliche Laufzeiten auf unterschiedlichen Märkten mit unterschiedlichen Marktteilnehmern gehandelt. \Rightarrow Schwierig, der Zinsstruktur eine Struktur zu geben.

Welche Hypothese ist richtig?

- Im Durchschnitt rentierten langlaufende Anleihen höher als kurzlaufende. Daraus kann man schließen, dass es eine kleine Laufzeitenprämie gibt!
- Empirisch schwer zu ermitteln, denn die Prämie könnte im Zeitablauf stark schwanken.