Materialien zur Vorlesung "Rendite und Risiko"

Burkhard Erke

Quellen: Brealey/Myers, Kap. 7

Mai 2006

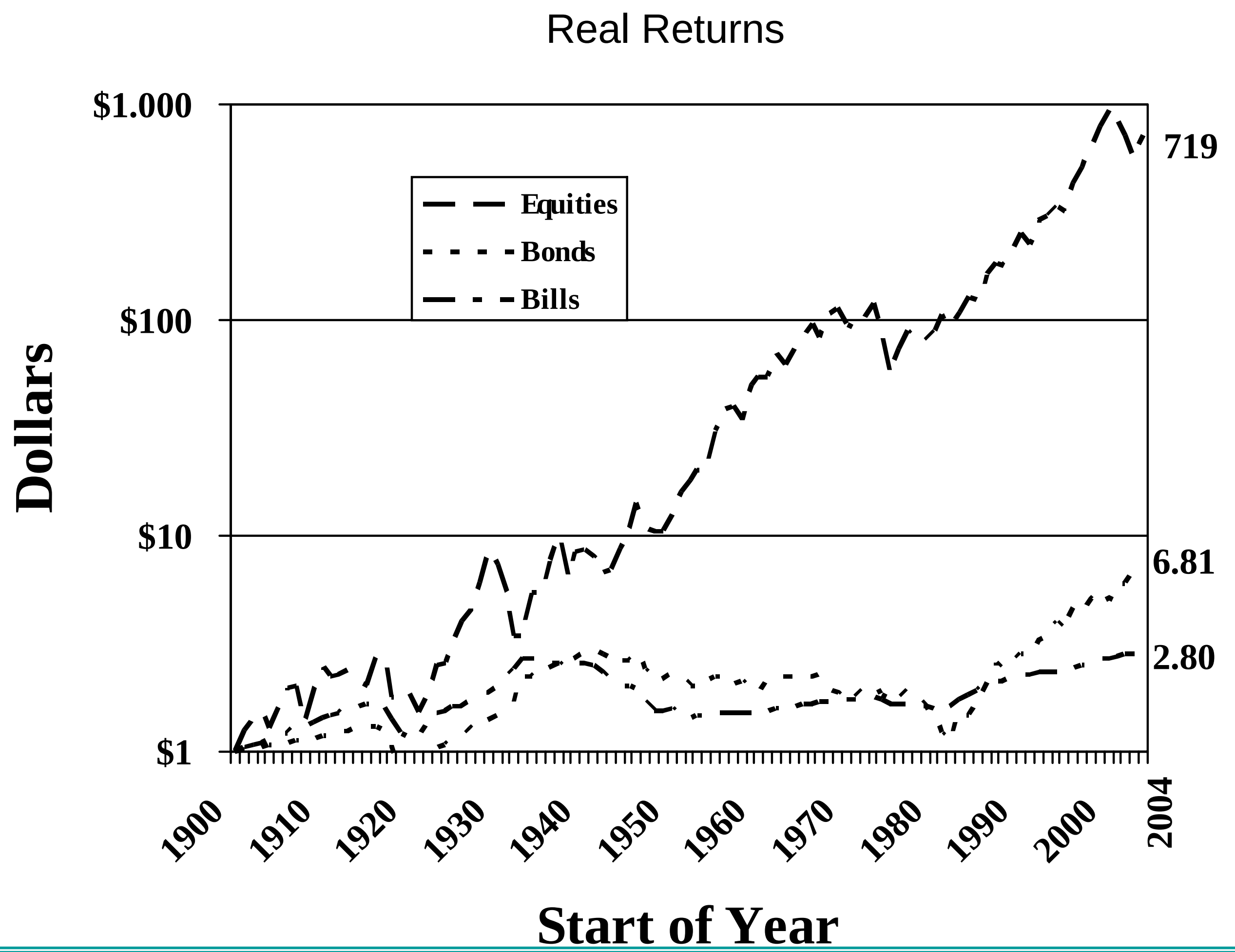
Lernziele
Langfristige Rendite von Finanzanlagen: Empirie
Aktienindizes
Messung von Durchschnittsrenditen
Risikoprämie
Messung von Risiko: Varianz, Standardabweichung
Standardnormalverteilung

1 Worum es geht:

- I&F im Grundstudium: "Eigenkapitalkosten (e) eines Projektes hängen vom Risiko des Projektes ab.
- Es wird Zeit, daß wir "Risiko" definieren und messen.
- Außerdem: Welche Beziehung zwischen Risiko und Eigenkapitalkosten eines Projektes?
- Wir beginnen mit einem Blick auf die Rendite(-Verteilung) von Finanzanlagen.
- Anschließend wird das Risiko von Aktien-Portfolios definiert.

Lernziel
Langfristige Rendite von Finanzanlagen

The Value of an Investment of $1 in 1900



Lernziel
Aktienindizes

2 Indizes messen die Entwicklung eines Korbes von Wertpapieren/ lagemöglichkeiten

- Beispiele für Indizes:

S&P 500: 500 große US Aktien	Dow Jones: 30 große US Aktien
DAX 30: 30 große deutsche Aktien	NASDAQ: Aktien der Technologiebörse
STOXX: europäische Aktien	REX: deutsche Staatsanleihen

- Wichtige Merkmale:
  - Preisindizes: Dividenden/Kupon nicht berücksichtigt
  - Performanceindizes (auch Total Return): Dividenden/Kupons berücksichtigt
  - Gewichtung der Anlagen: meist nach Börsenkapitalisierung(=Marktwert aller Aktien bzw. aller Aktien im Streubesitz).

Lernziel
Messung Durchschnittsrenditen

3 Wie mißt man Durchschnittsrenditen?

Wir beobachten für die Jahre $t = 0, 1, ..., T$	S&P	T Bonds
Arithmetischer Durchschnitt $\overline{R_0} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} R_t$ mit $R_t = \frac{Wert_t}{Wert_{t-1}} - 1$	9,18%	2,48%
Geometrischer Durchschnitt $\overline{R}_0 = \left(\frac{Wert_T}{Wert_0}\right)^{\frac{1}{T}} - 1$	7,16%	1,97%

- Durchschnittliche Rendite

Jahr	1	2	3
Index	100	80	100

1. Arithmetisch:
2. Geometrisch:

- Wann verwendet man was?
  - erwartete Rendite für die nächste Periode (unter der Annahme Zukunft$\sim$Vergangenheit)
    $\Longrightarrow$ Arithmetische Durchschnittsrendite
  - erwartete Wertentwicklung bei Anlage über T Perioden (unter der Annahme Zukunft$\sim$Vergangenheit)
    * eigentlich: $\left(1+\text{arithmetische Durchschnittsrendite}\right)^T$
    * aber nicht immer beste Wahl - Beispiel

Jahr	1	2	3	4	5	6	7
Index	100	80	100	80	100	80	100

Lernziel
Risikoprämie

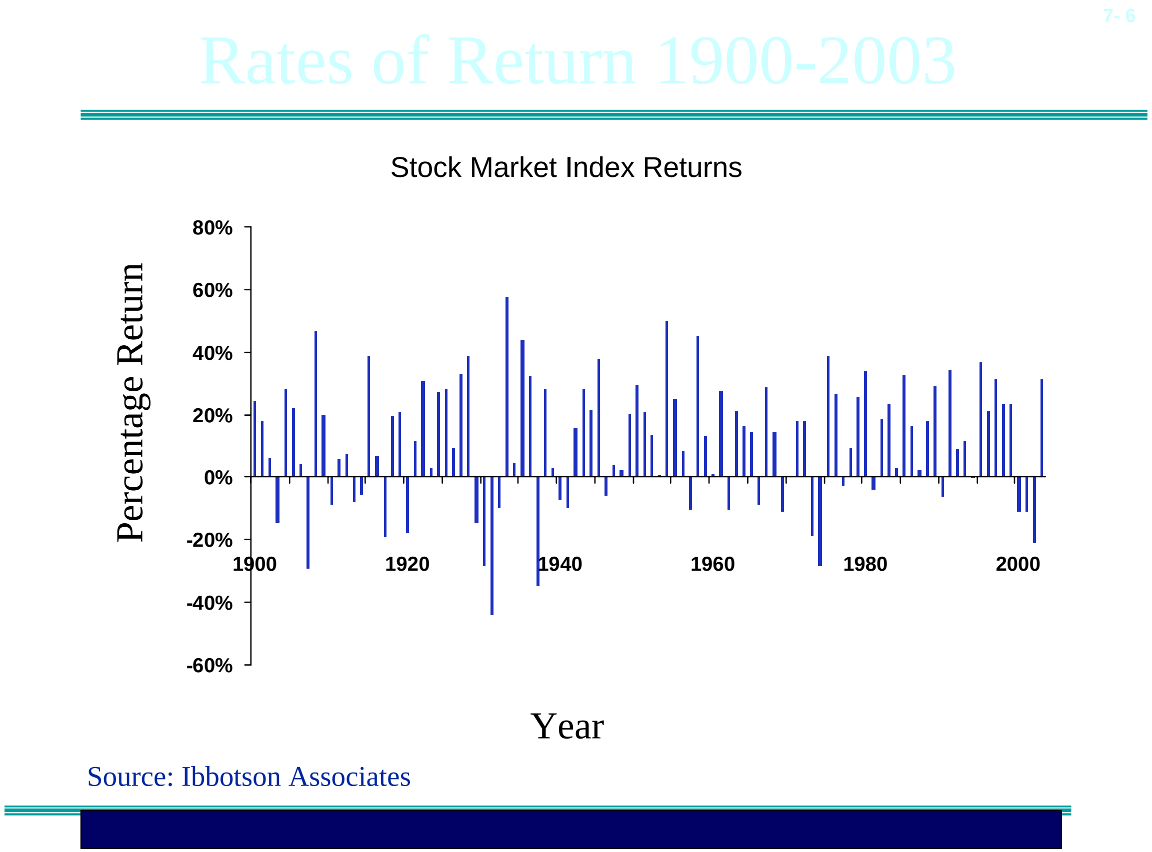
4 Was versteht man unter "Risikoprämie"?

- Risikolose Anlage:
  - Staatsanleihen mit vernachlässigbarer Ausfallwahrscheinlichkeit
  - Laufzeit: hängt von Anlagehorizont ab
  - Typisch: kurzlaufende Anleihen mit Laufzeit 1 Jahr; hier Treasury bills
- Risikoprämien 1900-2003 (arithmetisch)

Treasury Bills	0
Government bonds	1,2
Common stocks	7,6

Lernziele
Messung von Risiko: Varianz, Standardabweichung

5 Messung von Risiko: Wie stark schwankt die jährliche Rendite?



- Wie misst man Risiko?

Varianz $\sigma^2 = Var(R) = \frac{1}{T-1}\sum_{t=1}^{T}\left(R_t - \overline{R}\right)^2$

Standardabweichung
oft Volatilität genannt $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{Var(R)}$

- Beispiel:

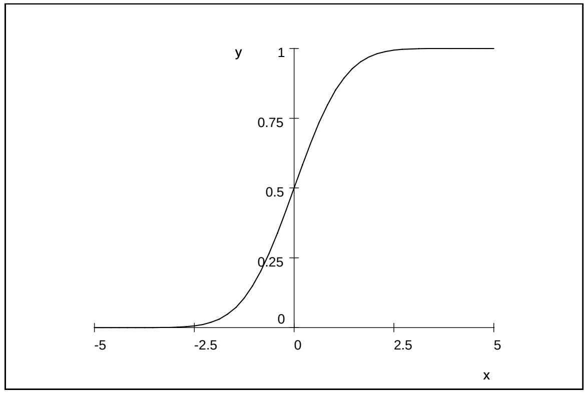
t	1	2	3	4
Renditen	0,1	-0,04	0,02	0,08
Abw. vom Mittelwert	0,06	-0,08	-0,02	0,04
Quadrierte Abw.	0,0036	0,0064	0,0004	0,0016

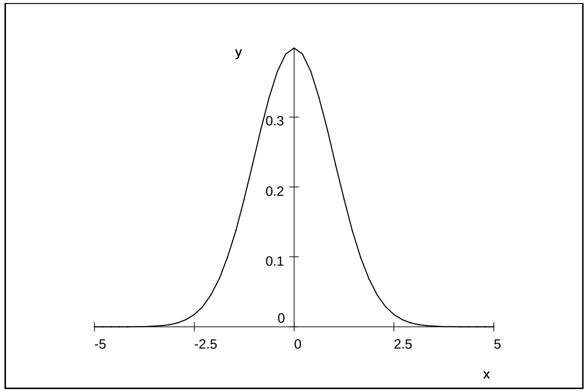
Mittelwert
0,04
Varianz
0,004
Std. Abweichung
0,0632

- Risiko und Renditen 1900-2003

Portfolio	Standard Abweichung	Varianz
Treasury Bills	2,8	7,9
Government Bonds	8,2	68
Common Stocks	20,1	402,6

- Normalverteilung





Wahrscheinlichkeit, dass Zufallsvariable X Werte kleiner als x annimmt

$F(X) = prob\,(X \leq x)$

kum. Standardnormalvert.

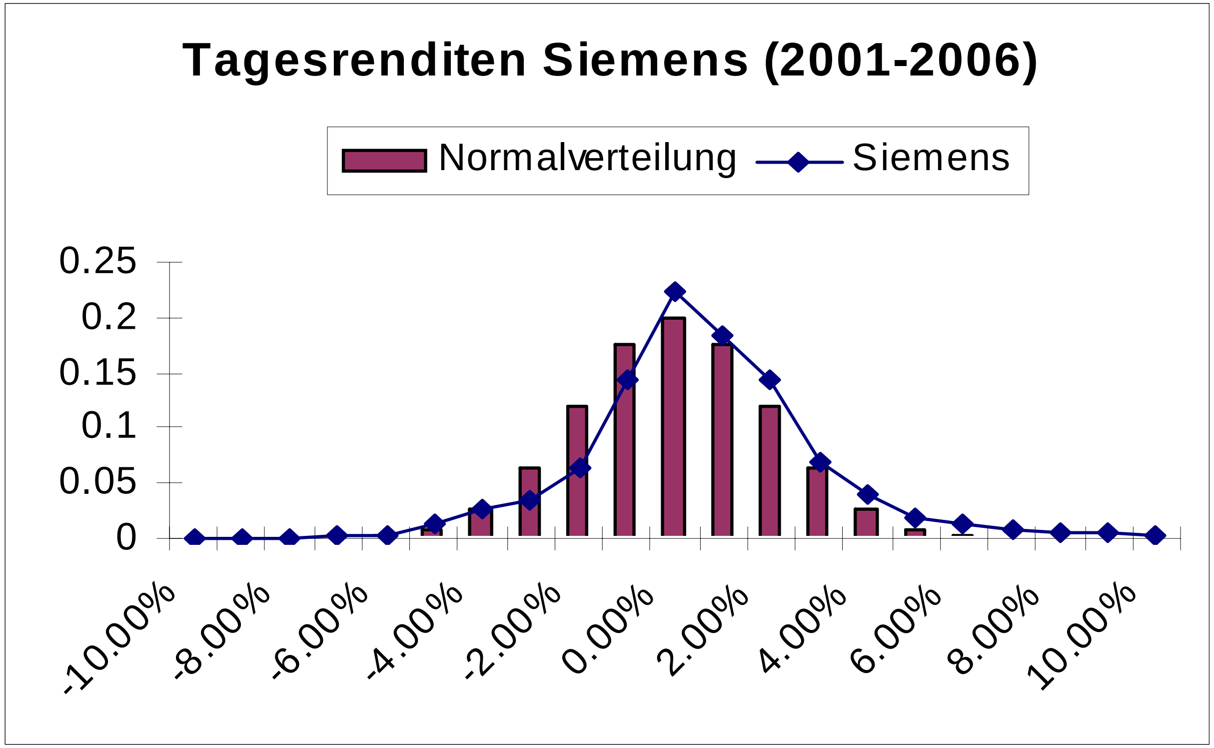
i.d.R mit $\Phi(x)$ bezeichnet

Normalverteilung	Erwartungswert=μ
	Varianz=σ^2
Standardnormalvert.	Erwartungswert =0
	Varianz = 1

Beispiel: $X \sim N(0,1)$ $\quad prob\,(X \leq 0) = \Phi(0) = 0,5$

$prob\,(X \leq 1) = \Phi(1) = 0,841$

5.1 Sind Renditen normalverteilt?



6 Mehrperiodige Renditen und Logarithmierung

- Rendite über T Perioden ergibt sich multiplikativ aus Periodenrenditen R_t

  $R_{t,T} = (1 + R_1)\,(1 + R_2)\,(1 + R_3)\ldots(1 + R_T) - 1$

  $\Longrightarrow$ Wenn R_t normalverteilt, dann $R_{t,T}$ nicht.

- Mit logarithmierten Renditen gilt $ln\,(1 + R_t) = r_t$

  $r_{t,T} = r_1 + r_2 + r_3 + \ldots + r_T$

  $\Longrightarrow$ Bei Gültigkeit des Grenzwertsatzes strebt $r_{t,T}$ zur Normalverteilung